

Aufgabenkatalog Algebra – Sommersemester 2019
Aufgaben zum Thema **Determinante, Inverse Matrizen**
DR. ANTON MALEVICH, LEONARD BECHTEL, JULIAN MAAS

Aufgabe 1 (1)

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrizen mit reellen Einträgen:

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -5 & \frac{5}{2} \\ -2 & \frac{7}{2} \end{pmatrix}$

Aufgabe 2 (1)

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrizen mit reellen Einträgen:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 3 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & -7 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 6 & -2 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 4 & 6 & -2 \\ 4 & 8 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3 (1)

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -7 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 4 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4 (4)

Für einen endlichdimensionalen Vektorraum V und eine lineare Abbildung $A : V \rightarrow V$ definieren wir

$$\det A := \det {}_B A_B$$

für eine Basis B von V . Zeigen Sie, dass der Wert von $\det A$ unabhängig von der Wahl von B ist.

Aufgabe 5 (1)

Bestimmen Sie die Determinante der folgenden Matrizen mit reellen Einträgen in Abhängigkeit von den beiden Parametern $a, b \in \mathbb{R}$. Für welche Werte von a und b sind die Matrizen invertierbar?

a) $\begin{pmatrix} 1 & -a & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & b & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & b & -2 \\ 1 & a & 1 \\ 2 & b & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2a & a & 4 \\ 1 & 2 & b \\ 1 & 2 & 2b \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2-a & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 4+b \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6 (1)

Benutzen Sie die Cramer'sche Regel, um die folgenden Matrizen mit reellen Einträgen zu invertieren:

a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 7 (1)

Invertieren Sie die folgenden Matrizen mit reellen Einträgen:

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

d)
$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8 (1)

Invertieren Sie die folgenden Matrizen mit reellen Einträgen:

a)
$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$